

# Rachunek prawdopodobieństwa

## Lista nr 4 Prawdopodobieństwo geometryczne

1. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana z odcinka  $[-\pi, \pi]$  liczba  $x$  należy do dziedziny funkcji  $f(x) = \sqrt{\cos x}$ .
2. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że pierwiastki równania  $x^2 + 2bx + c = 0$  są rzeczywiste, jeśli liczby  $b$  i  $c$  zostały wybrane losowo z przedziału  $[0, 1]$ ?
3. W dany kwadrat o boku  $2a$  wpisujemy koło, a następnie w koło kolejny kwadrat. Wybieramy losowo punkt z większego kwadratu. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wybrany punkt należy do kwadratu mniejszego.
4. Z odcinka o długości 1 wybrano losowo dwa punkty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ani jedna z otrzymanych w ten sposób części nie będzie krótsza od  $a$ , gdzie  $0 \leq a \leq 1/3$ ?
5. Odcinek długości  $l$  dzielimy losowo na trzy części. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że z uzyskanych odcinków można zbudować trójkąt?
6. Na odcinku  $AB$  o długości jednostkowej umieszczono losowo dwa punkty  $L$  i  $M$ . Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że z  $L$  jest bliżej do  $M$  niż do  $A$ .
7. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma dwóch na chybił trafił wybranych liczb dodatnich, z których każda jest nie większa od jedności, jest nie większa od jedności, a ich iloczyn jest nie większy od  $\frac{2}{9}$ ?
8. Na odcinku  $[0, 1]$  umieszczamy losowo i niezależnie punkty  $x$  i  $y$ . Niech  $A$  będzie zdarzeniem polegającym na tym, że  $x^2 + y^2 \leq 1$ , natomiast  $B$  zdarzeniem polegającym na tym, że  $x < y$ . Czy zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne?
9. Monetę o promieniu  $r$  rzucamy na parkiet utworzony z przystających kwadratów o boku  $2a$ . Obliczyć prawdopodobieństwo, że moneta przykryje (częściowo) przynajmniej dwa kwadraty, jeśli  $r < a$ .
10. Na odcinku o długości jednostkowej wybrano losowo dwa punkty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że odległości pomiędzy nimi jest nie mniejsza od  $x$ , gdzie  $0 \leq x \leq 1$ ?
11. (Paradoks Bertanda) Na okręgu o promieniu 1 skonstruowano losowo cięciwę  $AB$ . Jaka jest szansa, że będzie ona dłuższa niż bok trójkąta równobocznego, wpisano okrąg?
12. Z odcinka  $[0, 1]$  wybrano losowo punkt  $x$ . Jaka jest szansa, że
  - a)  $x = 1/2$
  - b)  $x$  jest liczbą wymierną
  - c)  $x$  jest liczbą niewymierną